

Matematikai módszerek a fizikában

10. Feladatlap

10.1 feladat: Határozzuk meg, hogy a kocka szimmetriacsoportjának mely részcsoporthai adják az alábbi testek szimmetriacsoportját!

- (1) a kocka egy lapját zöldre festjük;
- (2) két, éllel érintkező lapot zöldre festünk;
- (3) két párhuzamos lapot zöldre festünk;
- (4) három, egy csúcsban találkozó lapot zöldre festünk.

10.2 feladat: Bizonyítsuk be a $C_{2v} \simeq D_2 \simeq C_{2h}$ és a $C_{4v} \simeq D_4 \simeq D_{2d}$ izomorfizmusokat!

10.3 feladat: Mutassuk meg, hogy a szabályos hatszög alakú korong szimmetriacsoportja D_{6h} , és keressük meg a konjugált elemosztályokat!

10.4 feladat: Adottak az

$$\begin{array}{ll} e = (1)(2)(3)(4) & t_1 = (1)(24)(3) \\ f_1 = (1234) & t_2 = (13)(2)(4) \\ f_2 = (13)(24) & t_3 = (12)(34) \\ f_3 = (1432) & t_4 = (14)(23) \end{array}$$

permutációk és a

$$\begin{aligned} \mathbf{G} &= \{e, f_1, f_2, f_3, t_1, t_2, t_3, t_4\} \\ \mathbf{H} &= \{e, f_2, t_1, t_2\} \\ \mathbf{K} &= \{e, t_1\} \end{aligned}$$

halmazok. Melyik jól ismert csoporttal izomorf G' ? Invariáns részcsoporthja-e

- (1) $\mathbf{H}$ a $\mathbf{G}$ -nek;
- (2) $\mathbf{K}$ a $\mathbf{H}$ -nak;
- (3) $\mathbf{K}$ a $\mathbf{G}$ -nek?

10.5 feladat: Határozzuk meg az előző feladatban szereplő $\mathbf{G}$ csoport konjugált osztályait, ill. a $\mathbf{H}$ és $\mathbf{K}$ jobb- és baloldali mellékosztályait!

10.6 feladat: Egy kétdimenziós sírácsot két (nem összefüggő) bázisvektor, $\mathbf{e}_1$ és $\mathbf{e}_2$ segítségével a következő halmazzal írhatunk le: $\{m_1\mathbf{e}_1 + m_2\mathbf{e}_2 | m_1, m_2 \text{ egész}\}$. A kristálytani pontcsoportokat azok az origó körüli forgatások, tükrözések stb. alkotják, melyek a pontrácsot önmagába viszik át. Milyen n értékek esetén lehet eleme egy kristálytani pontcsoportnak a rács síkjára merőleges, origón átmenő tengely körüli $2\pi/n$ szögű forgatás?